*Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 35, 1, 2023.(19-36)*

Ferdowsi University of Mashhad

Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics

Page Journal: mechanic-ferdowsi.um.ac.ir

Society of Manufacturing Engineering of Iran

# Optimal Design of Divergent Part of an Over-Expanded Nozzle Profile using Artificial Intelligence

Research Article

Seyed Amin Bagherzadeh[1], Sobhan Emami[2], Seyed Ahmadreza Salehi[3]

*DOI: 10.22067/jacsm.2022.78011.1134*

## 1. Introduction

Optimizing the profile of the diverging part of the engine nozzle with the aim of minimizing losses and maximizing thrust is an essential step for designing space rocket engines. This study deals with the optimal design of the profile of the divergent part of an over-expanded supersonic nozzle in order to achieve the maximum thrust with a fixed length and exit to throat area ratio. To this end, a reliable and robust tool was developed by combining the Computational Fluid Dynamics (CFD) and Artificial Intelligence (AI). Firstly, the original profile was modeled using a third-order B-spline. Then, by changing the control points of the profile, a set of profiles is produced. This set of profiles was analyzed by the CFD to estimate the generated thrust. The geometry of the nozzle along with the thrust force obtained from the profiles were used to train an Artificial Neural Network (ANN). Afterwards, the optimal profile was obtained by applying the Genetic Algorithm (GA) to the ANN results. Finally, the performance of the optimal profile in off-design conditions was compared with the original nozzle.

## 2. Numerical modeling

In the present case, the air is accelerated through a converging-diverging nozzle, exits the diverging part of the nozzle at supersonic speed, and enters the surrounding ambient. Figure 1 is a schematic diagram of the converging-diverging nozzle geometry and illustrates the computational domain and boundary conditions.

The supersonic jet flow exiting the nozzle and entering the surrounding environment is viscous and turbulent. Accordingly, the governing equations of the problem consist of the conservation equations of mass, momentum, and energy alongside the ideal gas equation of state. These equations are solved for compressible axisymmetric flow. Turbulent flow was modeled using the Spalart-Allmaras turbulence model. The advantage of this method is reducing the computational costs, while it provides suitable results for wall-bounded flows, complex internal-external flows, and boundary layers subjected to adverse pressure gradients.

In order to optimize the divergent part of the nozzle, it is necessary to select a reference profile as the base model so that the final optimized model can be compared with it in terms of the geometry and performance. For this purpose, the profile according to Figure 2 was selected.

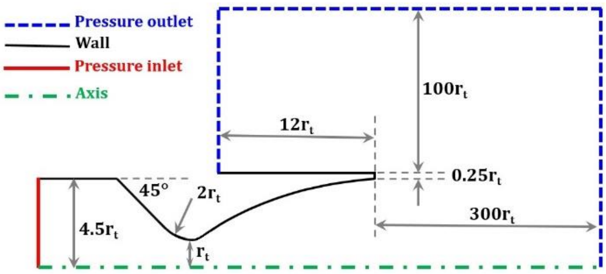



**Figure 1. Schematic diagram of the nozlle geometry, computational domain and boundary conditions**

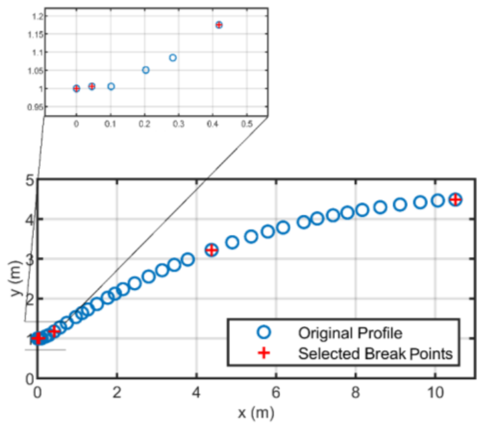



**Figure 2. Refrence profile points and the selected breakpoints used to generate B-spline curve**

Moreover, it is necessary to present this profile, which consists of discrete points, in the form of a parametric function so that its geometric shape could be subjected to

*Manuscript received, July 27, 2022. Revised, October 29, 2022, Accepted, December 13, 2022.

1. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

2. Corresponding author. Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran. **Email**: sobhan@pmc.iaun.ac.ir

3. BSc, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

the optimization by changing the relevant variables. For this purpose, 3rd order B-spline is used. In addition to very good accuracy, this geometric shape also has high flexibility. To generate a spline, it is not necessary to use all the points of the reference profile, but it is possible to create profiles exactly equivalent to the reference profile with a few breakpoints. The fewer the number of breakpoints used, the fewer the variables of the developed model. According to Figure 2, a total of 5 breakpoints were selected, while the initial and final points of the profile are also part of this group.

After modeling the reference profile, it is possible to create a set of related profiles. By changing the control points, 24 profiles were created, as shown in Figure 3.

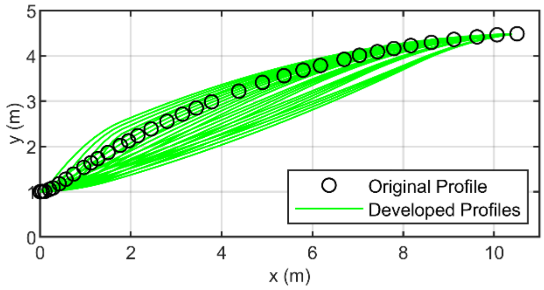



**Figure 3. Refrence profile along side the developed profiles**

### 3. Results and discussion

The set of profiles presented in Figure 3 was analyzed with the CFD. The geometry of the nozzle along with the thrust force obtained from the profiles were used to train the artificial neural network. At the next step, by applying the genetic algorithm, the optimal profile was obtained according to Figure 4.

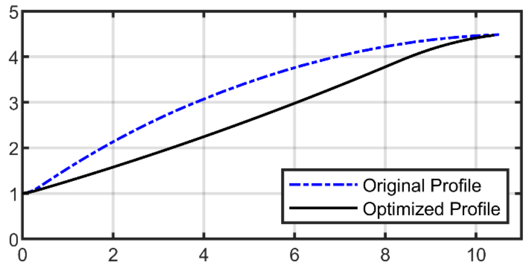



**Figure 4. Optimum nozzle profile in comparation with original nozzle one**

Figure 5 shows the details of the gas dynamic structure of the flow in both the reference and optimized nozzles, including the Mach disk, oblique and reflected shock waves, shear layer, vortex core, and flow separation. Close to the nozzle throat, the wall divergence angle in the reference profile is greater than the optimal profile. This divergence has caused the flow separation in the reference nozzle to happen earlier. In general, the process of the flow separation in over-expanded nozzles is accompanied by an internal shock wave. When the shock wave hits the boundary layer, an adverse pressure gradient is created in the boundary layer, which leads to the disturbing of the velocity profile, separation of boundary layer, and an increase in its thickness. This separation pattern is called free shock separation (FSS). The greater divergence of the nozzle wall near the throat in the reference nozzle has caused a longer Mach disk and a shorter oblique shock wave. This increases the static pressure drop and reduces the static pressure recovery factor.

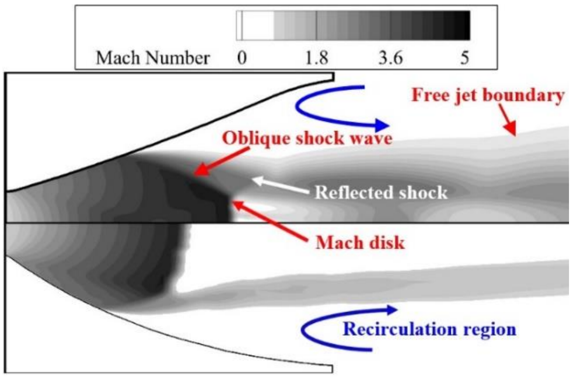



**Figure 5. Mach number contour for optimized (upper image) and reference (lower image) profiles**

***Optimum nozzle operating in off-design conditions***

In order to examine the performance of the optimized nozzle profile in off-design operating conditions, the thrust obtained from the reference and optimal profiles were compared at different nozzle pressure ratios (NPR). Table 1 shows the results. As can be seen, the improvement percentage of thrust decreases with increasing the pressure ratio. Although, up to a pressure ratio of 30, the optimal nozzle still produces more thrust than the original one.

**Table 1. Comparison between optimized and reference profiles at different pressure ratios**

| Nozzle pressure ratio | Thrust obtained from the original profile | Thrust obtained from the optimized profile | Improvement percentage |
|---|---|---|---|
| 14 | 384.10 | 523.20 | 36.2 |
| 20 | 561.61 | 744.84 | 32.6 |
| 30 | 928.69 | 1155.59 | 28.0 |
| 40 | 1964.27 | 1824.11 | -7.1 |
| 50 | 2471.63 | 2359.99 | -4.52 |

### 4. Conclusion

In this study, by combining the CFD and artificial intelligence, the profile optimization of the divergent part of an overexpanded nozzle was discussed. The comparison between the reference profile and the optimal profile for the nozzle pressure ratio of 14 shows a 36% increase in thrust and 138% increase in static pressure recovery factor. The comparison of the details of the flow structure in the reference and optimal nozzles shows that in the optimal nozzle, the flow separation, which corresponds to the free shock separation pattern is happened later. In order to analyze the performance of the optimized nozzle profile in off-design operating conditions, the thrusts and pressure recovery factors obtained from the reference and optimal profils were compared at NPRs of 20, 30, 40 and 50. The results shows that in off-design operating conditions, the performance of the optimal nozzle is better than the reference one up to a NPR of 30.

علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک

https://mechanic-ferdowsi.um.ac.ir/?lang=fa

# طراحی بهینه‌ی پروفیل قسمت واگرای یک نازل فرامنبسط با استفاده از هوش مصنوعی*

مقاله پژوهشی

سید امین باقرزاده(۱) سبحان امامی کوپائی(۲) سید احمد رضا صالحی(۳)

DOI: 10.22067/jacsm.2022.78011.1134

**چکیده** *مقاله حاضر به طراحی بهینه کانتور یا پروفیل قسمت واگرای یک نازل مافوق‌صوت فرامنبسط به‌منظور دست‌یابی به بیشینه نیروی پیشران ممکن در عین حفظ طول و نسبت مساحت خروجی به گلوگاه نازل می‌پردازد. برای این کار، یک ابزار کارآمد و مطمئن با ترکیب دینامیک سیالات محاسباتی و هوش مصنوعی توسعه داده شده است. در ابتدا، پروفیل مرجع با یک روش ابتکاری و با استفاده از برازش از یک بی اسپلاین درجه سوم مدل‌سازی شده و سپس با تغییر نقاط شکست این پروفیل، مجموعه‌ای از پروفیل‌های ممکن تولید شده است. این مجموعه از پروفیل‌ها توسط دینامیک سیالات محاسباتی تحلیل گردیده است. سپس، از هندسه نازل به همراه نیروی پیشران حاصل از پروفیل‌ها برای آموزش شبکه عصبی مصنوعی بهره برده شده است. پس از آن، با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک پروفیل بهینه به‌دست آمد. پیش‌بینی الگوریتم هوش مصنوعی برای نیروی پیشران نازل بهینه با مقدار به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی مقایسه شده که اعتبار رویکرد حاضر را نشان می‌دهد. مقایسه بین پروفیل مرجع و پروفیل بهینه برای نسبت فشار ۱۴، نشان دهنده افزایش ۳٦ درصدی نیروی پیشران و افزایش ۱۳۸ درصدی ضریب بازیافت فشار سکون است. مقایسه نازل‌ها در شرایط عملیاتی خارج از نقطه طراحی نشان داد که عملکرد نازل بهینه تا نسبت فشار ۳۰ بهتر از نازل مرجع است؛ اما با عبور نسبت فشار نازل از ۳۰، به‌کارگیری نازل بهینه به‌جای نازل مرجع هیچ‌گونه اولویتی ندارد.*

**واژه‌های کلیدی** نازل همگرا–واگرا، بهینه‌سازی، شبکه عصبی مصنوعی، الگوریتم ژنتیک، پروفیل نازل، جدایش جریان

## Optimal Design of Divergent Part of an Over-expanded Nozzle Profile using Artificial Intelligence

Seyed Amin Bagherzadeh Sobhan Emami Seyed Ahmadreza Salehi

**Abstract** *The present article deals with the optimal design of the contour or profile of the divergent part of an over-expanded supersonic nozzle in order to achieve the maximum possible thrust while maintaining the length and the exit to throat area ratio of the nozzle. To do so, a reliable and robust tool has been developed by combining computational fluid dynamics (CFD) and artificial intelligence. At first, the original profile is modeled by an innovative method using a third-order B-spline, and then by changing the breakpoints of the profile, a set of possible profiles is produced. This set of profiles has been analyzed by CFD. The geometry of the nozzle along with the thrust force obtained from the profiles have been used to train the artificial neural network. In the next step, the optimal profile was obtained by applying the genetic algorithm. Finally, the prediction of the artificial intelligence for the optimal nozzle thrust is compared with the value obtained from the CFD, which shows the validity of the present approach. The comparison between the original profile and the optimal profile for the nozzle pressure ratio of 14 shows a 36% increase in thrust and a 138% increase in the total pressure recovery factor. The comparison of nozzles for off-design conditions shows that the performance of the optimal nozzle is better than the original nozzle up to a pressure ratio of 30. If the nozzle pressure ratio exceeds 30, using the optimal nozzle instead of the original nozzle will not have priority.*

**Key words** Convergent-Divergent Nozzle, Optimization, Artificial Neural Network, Genetic Algorithm, Nozzle Profile, Flow Separation

* تاریخ دریافت مقاله ۱۴۰۱/۵/۹ و تاریخ پذیرش آن ۱۴۰۱/۹/۲۲ می‌باشد.

(۱) استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

(۲) نویسنده مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

**Email:** sobhan@pmc.iaun.ac.ir

(۳) کارشناس، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

**مقدمه**

قسمت واگرای یک نازل همگرا-واگرا یکی از مهم‌ترین قسمت‌های تولید کننده نیروی پیشران در موتور موشک است. بیشینه نیروی پیشران حاصل از یک نازل هنگامی روی می‌دهد که فرآیند انبساط گازهای خروجی در نازل به‌صورت کامل تا فشار محیط انجام پذیرید و یک جت جریان موازی در خروجی حاصل شود. البته طول نازل در این حالت بسیار طولانی و وزن موتور سنگین خواهد شد. در دوره‌های ابتدایی طراحی موشک، بیشتر از نازل‌های مخروطی استفاده می‌شد. به علت پیکربندی ساده، ساخت این نوع نازل نسبتاً آسان است و امروزه نیز در بسیاری از نازل‌های کوچک فضائی و صنعتی مورد استفاده قرار می‌گیرد. البته با توسعه روش‌های کارآمد طراحی، امروزه نازل‌های زنگوله‌ای یا کانتوری جای نازل‌های مخروطی را گرفته‌اند. انبساط در نازل زنگوله‌ای مافوق‌صوت نسبت به نازل مخروطی ساده با نسبت مساحت خروجی به گلوگاه و طول مشابه با بازدهی بیشتری همراه است؛ زیرا انحنای دیواره نازل زنگوله‌ای (کانتور نازل) برای به حداقل رساندن تلفات و دست‌یابی به بیشینه نیروی پیشران ممکن طراحی می‌شود [1]. به عبارت دیگر، کاهش طول نازل به‌منظور کاهش وزن موتور و کمینه شدن ابعاد کلی آن در کنار نگه داشتن نیروی پیشران موتور در بیشینه حد خود هدف اصلی طراحی نازل‌های نوین به شمار می‌آید. روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی کانتور نازل واگرا معمولاً براساس روش مشخصه‌ها و با استفاده از حساب تغییرات (Calculus of variations) صورت می‌پذیرفت [2]. در این روش مدل‌سازی با یک مدل غیرلزج از جریان شروع شده و سپس یک اصلاح لایه مرزی برای جبران اثرات لزج به آن اضافه می‌شود. البته رائو [3] نشان داد که کانتور نازل بهینه را می‌توان با پذیرش اندکی کاهش نیروی پیشران با یک سهمی نامتقارن (Skewed parabola) تقریب زد. طراحی کانتور نازل واگرا با استفاده از روش حساب تغییرات به‌منظور دست‌یابی به نیروی پیشران بهینه، به طول‌های نازلی بزرگ‌تر از حد مشخصی محدود می‌شود. برای طول‌هایی کمتر از این حد، ارائه راه حلی عاری از موج ضربه‌ای ممکن نیست. از این منطقه به عنوان منطقه نامعتبر یاد می‌شود. البته رائو و همکاران [4] توانستند روشی برای طراحی کانتور واگرا در منطقه نامعتبر برای حالت تعادل شیمیائی و شیمی منجمد (Frozen chemistry) توسعه دهند. آلمن و هافمن [5] شیوه‌ای برای طراحی کانتورهای نازل با بیشینه نیروی پیشران به کمک روش بهینه‌سازی مستقیم ارائه کردند. کانتور واگرای نازل، یک چند جمله‌ای درجه دوم بوده که انبساط اولیه کانتور آن ثابت در نظر گرفته شده است. ضرائب چند جمله‌ای درجه دوم با استفاده از روش بهینه‌سازی مستقیم تغییر داده شده تا تابع هدف که همان نیروی پیشران است بیشینه شود. مدل‌سازی دینامیک گازی جریان با استفاده از روابط آیزنتروپیک و با فرض گاز کامل انجام شده است. مقایسه نتایج کانتور چند جمله‌ای به‌دست آمده با کانتور نازل رائو نشان از نزدیکی نیروی پیشران تولیدی توسط دو روش دارد. استرین [6] سه روش طراحی کانتور نازل شامل: روش حساب تغییرات در حضور و غیاب شوک‌های داخلی، روش نازل‌های کوتاه شده (Truncated) با مشخصات یکنواخت و روش قوس‌های دایروی ترکیبی (Conjugate circular arcs) را با یکدیگر مقایسه کرد. در بین این سه روش، روش طراحی اول برای هر دو جریان لزج و غیر لزج کارآمدترین روش تشخیص داده شد.

با توسعه روش‌های عددی و توان رایانه‌ای در دسترس استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی (Computational fluid dynamics) (CFD) به‌منظور مدل‌سازی جریان در حالت لزج و غیر لزج در کنار الگوریتم های بهینه‌سازی در دهه‌های اخیر قوت گرفته است. ژینگ و داموداران [7] از روش بی اسپلاین منطقی غیریکنواخت (Nonuniform Rational B-Splines) (NURBS) برای بیان هندسی شکل یک نازل سه بعدی با سطح مقطع بیضوی استفاده کردند. بهینه‌سازی‌های صورت گرفته بر روی این شکل هندسی در مقایسه با شکل‌های هندسی سنتی و اسپلاین‌های درجه سه، نتایج بهتری را به دنبال داشت. در این مطالعه از یک کد CFD سه بعدی برای شبیه‌سازی جریان لزج (حل معادلات ناویر-استوکس) و غیر لزج (حل معادلات اویلر) استفاده شده است. سای و همکاران [8] با استفاده از یک کد رایانه‌ای CFD، پیش‌بینی و بهینه‌سازی نازل موتور راکت سوخت مایع را مورد بررسی قرار دادند. برای دست‌یابی به نازل تقارن محوری با نیروی پیشران بهینه، سه الگوریتم بهینه‌سازی شامل: روش برنامه‌ریزی متوالی درجه دوم (Sequential quadratic programming)، الگوریتم ژنتیک (Generic Algorithm) و راهبرد بینابینی (Interdigitation strategy) (ترکیبی از روش‌های بهینه‌سازی قبلی) مورد استفاده قرار گرفت. در بین روش‌های بهینه‌سازی عملکرد روش‌های الگوریتم ژنتیک و راهبرد بینابینی در بهبود نیروی پیشران خلاء

بهتر گزارش شده است. به کارگیری الگوریتم‌های بهینه‌سازی بهبود عملکردی در حدود ۱/۵ درصد را به دنبال داشته‌اند. داویدنکوف و همکاران [9] در مطالعه خود از چند جمله‌ای‌های درجه ۲ و ۳ برای برازش کانتور نازل استفاده کرده و از ترکیب روش بهینه‌سازی مستقیم و حلگر دو بعدی جریان واکنشی برای دست‌یابی به کانتور نازلی با بیشینه نیروی پیشران در حضور جسم مرکزی بهره برده‌اند. در این تحقیق از مدل سینتیکی نرخ–محدود به همراه مدل اغتشاشی k-ω استفاده شد. مقایسه نتایج حاصل از حل معادلات اویلر و ناویر استوکس نشان داد که در حدود ۳ تا ٦ درصد کاهش نیروی پیشران به اثرات لزج باز می‌گردد. مون و لی [10] با ترکیب روش مشخصه‌ها و الگوریتم بهینه‌سازی، روشی ساده به‌منظور کاهش طول نازل مافوق صوت در عین حفظ مساحت خروجی آن ارائه کردند و به‌منظور اعتبارسنجی نتایج از تحلیل CFD کمک گرفتند. یوموساک و ای [11] ابزار طراحی مطمئن و موثری برای طراحی نازل راکت توسعه دادند. این ابزار شامل یک کد CFD برای حل معادلات اویلر تقارن محوری واکنشی و یک کد بهینه‌سازی است. مقایسه نازل‌های پایه و بهینه شده در میزان تولید نیروی پیشران نشان از افزایش نیروی پیشرانی در حدود ۲ تا ٤ درصد داشته است. در مطالعه دیگری یوموساک [12] به‌منظور بهینه‌سازی نازل موتور موشک سوخت جامد از ترکیب مدل‌سازی CFD و الگوریتم بهینه‌سازی استفاده کرد. مدل‌سازی جریان با حل معادلات ناویراستوکس تقارن محوری و با استفاده از مدل اغتشاشی k-ε صورت پذیرفت. همچنین از روش بهینه‌سازی مبتنی بر گرادیان برای بیشینه کردن نیروی پیشران تولیدی با قید وزن پیشران ثابت استفاده شد. مقایسه بین نازل اولیه و نازل بهینه شده ٤۷/۹ درصد افزایش نیروی پیشران را نشان می‌دهد. یو و همکاران [13] روش جدیدی برای مدل‌سازی پروفیل قسمت واگرای نازل به همراه شیوه بهینه‌سازی چند هدفه ارائه کرند. بهینه‌سازی پروفیل با هدف بیشینه کردن همزمان نیروی پیشران موتور و ضریب بازیافت فشار سکون انجام گرفت. کانتور قسمت واگرای نازل پیشنهادی دارای سه قسمت بوده و از دو چند جمله‌ای درجه ٤ تشکیل شده است. این بهینه‌سازی چند هدفه باعث افزایش ٤/۲۷ درصدی نیروی پیشران و ٤/٦۳ درصدی ضریب بازیافت فشار سکون شد. شومبرگ و همکاران [16-14] در سری مطالعات عددی خود به استفاده از کمان‌های دایروی در کانتور قسمت واگرای نازل‌های مافوق صوت پرداختند. مقایسه هندسه مبتنی بر کمان‌های دایروی با نازل‌های موجود نشان از کاهش طول محوری‌ای در حدود ۷/۵ درصد برای نازل‌های کمان دایروی دارد. بررسی مشخصات جریان جدا شده نشان از یکسانی بارگذاری جانبی در شرایط جریان جداشده در مقایسه بین نازل‌ها دارد [14]. آن‌ها برای مقایسه کانتور نازل کمان دایروی با کانتورهای موجود، ۱۰ کانتور مبتنی بر کمان‌های دایروی را با یک نازل بهینه موجود (با کانتور سهموی) مقایسه کردند. این مقایسه نشان داد که کانتورهای کمان دایروی نیز از پتانسیل مشابه و یا حتی بیشتر در تولید نیروی پیشران برخوردارند [15]. آن‌ها همچنین امکان طراحی نازل‌های مبتنی بر یک کمان دایروی را از مناظر ضریب نیروی پیشران، فشار وارد بر دیواره در خروجی نازل و بارگذاری جانبی مورد بررسی قرار داده که نتایج به‌دست آمده نشان از مطلوبیت این نوع نازل‌ها دارد [16]. محمودی و رفعی [17] چهار هندسه مختلف نازل، شامل نازل مسیر–بهینه، مخروطی ۱۵ درجه، مخروطی ۳۰ درجه و نازل طول کوتاه را در شرایط طراحی و خارج از نقطه طراحی با یکدیگر مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد که در نقطه طراحی نازل مسیر–بهینه بیشترین نیروی پیشران را تولید کرده است؛ اما در شرایط خارج از نقطه طراحی نازل مخروطی با زاویه واگرایی ۱۵ درجه عملکرد بهتری را ارائه داده است.

مطالعات مختلف نشان می‌دهند که توسعه ابزار کارآمد جهت بهینه‌سازی پروفیل قسمت واگرای نازل به‌منظور دست‌یابی همزمان به نیروی پیشران بیشینه و افت کمینه در موتورهای موشک امری ضروری است. پروفیل کانتور بهینه وابسته به نسبت مساحت خروجی به گلوگاه، نسبت فشار عملیاتی نازل و ساختار جریان انبساطی خواهد بود. هدف از مطالعه حاضر توسعه یک ابزار کارآمد جهت دست‌یابی به پروفیل بهینه برای یک نازل فرامنبسط است. در این فرآیند، مجموعه‌ای از پروفیل‌های ممکن در نظر گرفته شد. مدل‌سازی جریان با شبیه‌سازی عددی جریان تراکم‌پذیر لزج و آشفته انجام گرفته و از ترکیب روش شبکه عصبی مصنوعی و الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی شکل پروفیل نازل استفاده شد. نوآوری کار حاضر به بازتولید پروفیل مرجع با یک روش ابتکاری و با استفاده از برازش یک بی–اسپلاین درجه سوم یک تکه باز می‌گردد. با به‌کارگیری این روش و با تغییر گره‌های کنترلی مجموعه‌ای از پروفیل‌های ممکن تولید و بررسی

شده است. نوآوری دیگر کار حاضر بررسی عملکرد کانتور بهینه در شرایط عملیاتی خارج از نقطه طراحی است. در این شرایط مقایسه‌ای بین کانتورهای مرجع و بهینه انجام شده و محدوده مناسب استفاده از کانتور بهینه از منظر نسبت فشار نازل مشخص شده است.

## معادلات حاکم، روش حل عددی و الگوریتم بهینه‌سازی

***معادلات حاکم.*** در کار حاضر به‌منظور شبیه‌سازی دقیق ساختار جریان لزج، تراکم‌پذیر، مافوق صوت و آشفته در نازل همگرا–واگرا از رویکرد دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) استفاده شده است. معادلات حاکم شامل معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی در کنار معادله‌ی حالت گاز ایده‌آل است. در جریان آشفته از این معادلات بر اساس روش جرمی (فاور)، متوسط‌گیری می‌شود. در نهایت معادلات بقای جرم و مومنتوم متوسط‌گیری شده به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j)}{\partial x_j}=0, \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{u}_i)}{\partial x_j}=-\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i}+\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\left(\bar{\tau}_{ij}\right)_{\text{eff}}\right), \qquad (۲)$$

$$\left(\bar{\tau}_{ij}\right)_{\text{eff}}=\mu_{\text{eff}}\left(\frac{\partial\tilde{u}_i}{\partial x_j}+\frac{\partial\tilde{u}_j}{\partial x_i}\right)-\frac{2}{3}\mu_{\text{eff}}\frac{\partial\tilde{u}_l}{\partial x_l}\delta_{ij}, \qquad (۳)$$

به‌طوری‌که $\rho$ چگالی، $u_i$ مولفه سرعت جریان، $p$ فشار استاتیک، $\mu_{\text{eff}}$ لزجت موثر (که از مجموع لزجت آرام مولکولی $\mu$ و لزجت گردابی آشفته $\mu_t$ به‌دست می‌آید) می‌باشد. لزجت گردابی آشفته حاصل از جمله‌های تنش رینولدزی بوده و بیانگر اثر نفوذ مومنتوم است. $\left(\bar{\tau}_{ij}\right)_{\text{eff}}$ تانسور تنش انحرافی موثر و $\delta_{ij}$ نماد دلتای کرونکر است. بالانویس های (~) و (–) نیز به‌ترتیب نشانگر کمیت‌های متوسط‌گیری شده وزنی و معمولی (رینولدزی) هستند.

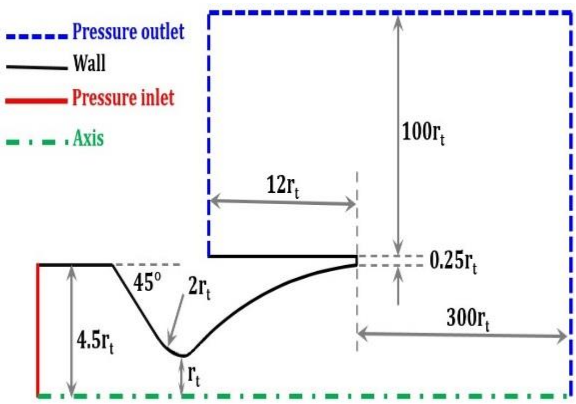
معادله انرژی متوسط‌گیری شده نیز به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\tilde{u}_i\left(\bar{\rho}\tilde{h}_t+\bar{p}\right)\right]=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[\left(\lambda+\frac{c_p\mu_t}{Pr_t}\right)\frac{\partial\tilde{T}}{\partial x_j}+\tilde{u}_i\left(\left(\bar{\tau}_{ij}\right)_{\text{eff}}\right)\right], \qquad (٤)$$

در این رابطه، $T$ بیانگر دما، $h_t$ آنتالپی کل (مجموع آنتالپی و انرژی جنبشی)، $\lambda$ ضریب رسانایی حرارتی، $c_p$ ظرفیت گرمایی فشار ثابت و $Pr_t$ عدد پرنتل آشفته است.

## میدان محاسباتی و شرایط مرزی

شکل (۱) دامنه محاسباتی و شرایط مرزی در شبیه‌سازی عددی را نشان می‌دهد. با توجه به تقارن موجود در مسئله، از شرط تقارن محوری برای مرز پایینی استفاده شده است. با انتخاب این شرط، حلگر تأثیرات فیزیکی سه‌بعدی متقارن محوری روی شبکهٔ دوبعدی را نیز در نظر می‌گیرد و بدین ترتیب موجب کاهش قابل ملاحظه حجم محاسبات می‌شود. به‌منظور از بین بردن اثر امواج آکو ستیکی منعکس شده از مرزهای خروجی بر میدان جریان، این مرزها تا حد مناسبی از نازل فاصله دارند. مطابق شکل (۱)، دامنه محاسباتی به میزان ۳۰۰ برابر قطر گلوگاه $r_t$، در قسمت پائین‌دست دهانه خروجی نازل امتداد یافته است. همچنین در پشت نازل، دامنه محاسباتی به میزان ۱۲ برابر قطر گلوگاه تو سعه یافته ا ست. در شبیه سازی حا ضر هوا با دمای ٤٥٠ K از مرز ورودی وارد دامنه محاسباتی می‌شود [14]. شرط مرزی دمایی برای دیواره‌ها، از نوع بی‌دررو و در مرز خروجی در صورت وجود جریان برگشتی دمای ثابت و برابر ۲۹۸ K، یعنی مطابق شرایط استاندارد انتخاب شد. نسبت فشار نازل نیز برابر ١٤ تنظیم شده است.



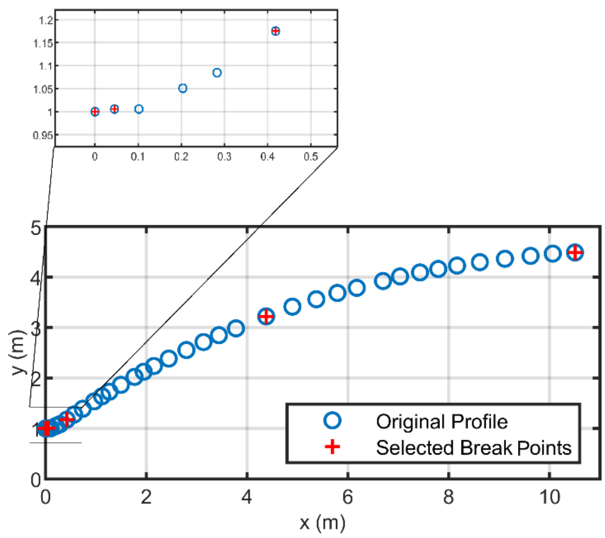

شکل ۱ دامنه محاسباتی به همراه شرایط مرزی

## روش حل عددی

کلیه شبیه‌سازی‌ها در کار حاضر با استفاده از نرم افزار تجاری انسیس–فلوئنت (ANSYS-Fluent) ویرایش ۲۰۲۱ انجام گرفته است. از حلگر مبتنی بر فشار استفاده شده و معادلات ممنتوم و فشار به‌صورت کوپل حل شده‌اند. برای گسسته‌سازی کلیه مشتقات مکانی، روش مرتبه دوم پسرو انتخاب شده و جریان آشفته حاضر بنا بر توصیه مراجع [18, 14] با مدل اغتشاشی اسپالارت–آلماراس (Spalart-Allmaras) [19] مدل شده است. مزیت این روش کاهش حجم محاسبات (به علت این‌که مدل اسپالارت–آلماراس مدلی تک معادله‌ای است) و ارائه نتایج مناسب برای جریان‌های محدود به دیواره، جریان‌های ترکیبی داخلی–خارجی و لایه‌های مرزی تحت گرادیان فشار معکوس می‌باشد [20]. به‌منظور اطمینان از همگرائی حل، معیار همگرائی کلیه معادلات، $10^{-6}$ تنظیم شده است. همچنین لزجت هوا با استفاده از مدل ساترلند سه جمله‌ای تقریب زده شده و چگالی آن با فرض گاز ایده‌آل محاسبه شد.

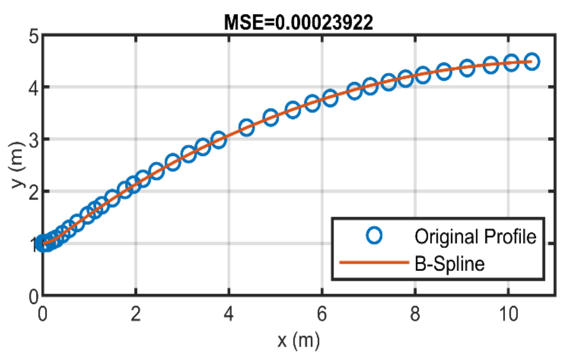
## مدل‌سازی پروفیل مرجع با استفاده از بی–اسپلاین

به منظور بهینه‌سازی قسمت واگرای نازل لازم است ابتدا یک پروفیل مرجع به عنوان مدل پایه انتخاب شود؛ تا مدل بهینه‌شده نهایی از نظر هندسی و عملکردی با آن مقایسه گردد. برای این منظور پروفیلی مطابق شکل (۲) از مرجع [21] انتخاب شده است. لازم است این پروفیل که متشکل از نقاط گسسته است، به صورت یک تابع پارامتریک ارائه شود تا بتوان از طریق تغییر متغیرهای مربوطه شکل هندسی آن را در معرض بهینه‌سازی قرار داد. برای این منظور، در این مقاله از بی–اسپلاین ( Basis spline (B-spline)) مرتبه ۳ استفاده شده است؛ چرا که علاوه بر دقت بسیار مناسب، دارای قابلیت انعطاف‌پذیری بالایی نیز است. برای ترسیم اسپلاین لزومی به استفاده از همه نقاط پروفیل مرجع نیست؛ زیرا اولاً می‌توان با تعداد بسیار کمتری از نقاط شکست، پروفیل‌هایی دقیقاً معادل پروفیل مرجع ایجاد نمود و ثانیاً هر چه تعداد نقاط شکست کمتری مورد استفاده قرار گیرد، تعداد متغیرهای مدل توسعه‌داده‌شده کمتر خواهد بود که از نظر بهینه‌سازی مطلوب است. برای حفظ شرایط مرزی اسپلاین لازم است که نقاط اولیه و نهایی پروفیل مرجع به عنوان نقاط شکست انتخاب شوند. انتخاب سایر نقاط شکست باید به‌صورتی باشد که با کمترین نقاط شکست بتوان پروفیل مرجع را شبیه‌سازی نمود. در این مقاله علاوه بر نقاط اولیه و نهایی سه نقطه دیگر نیز با سعی و خطا به عنوان نقاط شکست انتخاب شده‌اند (در مجموع ۵ نقطه شکست). نقاط شکست انتخابی در شکل (۲) نمایش داده شده است.




شکل ۲ نقاط پروفیل مرجع و نقاط شکست انتخابی برای عبور بی–اسپلاین

اکنون با استفاده از نقاط شکست انتخابی می‌توان پروفیل مرجع را بازسازی نمود. برای این کار کافی است از بی–اسپلاین یک بعدی مرتبه ۳ استفاده نمود به نحوی که خطای تابع برازش شده نسبت به نقاط پروفیل مرجع کمینه شود. در شکل (۳)، نقاط پروفیل مرجع و بی–اسپلاین برازش‌شده بر آن‌ها ترسیم شده است. میانگین مربعات خطا در این برازش بسیار کوچک (در حدود ۰٫۰۰۰۲٤) است که بیانگر دقت بالای برازش است.




شکل ۳ نقاط پروفیل مرجع و بی–اسپلاین برازش‌شده بر آن‌ها

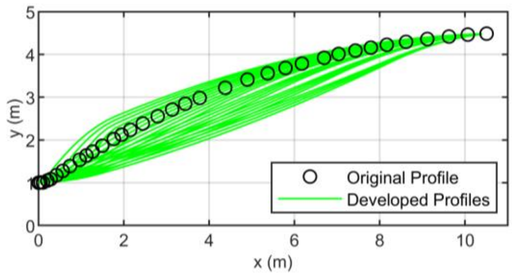
بی–اسپلاین تولیدشده دارای گره یا نات (Knot) و ضرایبی به شرح زیر است:

$$\text{knots} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0.363 \quad 3.580 \quad 10.507 \quad 10.507 \quad 10.507] \tag{۵}$$

$$\text{coefficients} = [1 \quad 1.016 \quad 2.219 \quad 4.368 \quad 4.485] \tag{۶}$$

## مدل‌سازی ابتکاری مجموعه پروفیل‌ها

پس از مدل‌سازی پروفیل مرجع، می‌توان مجموعه پروفیل‌های هم خانواده با آن را ایجاد نمود. برای این منظور، می‌توان با تغییر گره‌ها، رفتار بی–اسپلاین را تحت کنترل درآورد. واضح است که ۳ نقطه گره اول و آخر بیانگر شروط مرزی هستند که قابل تغییر نیستند؛ اما با تغییر نقاط گره ٤ و ٥ می‌توان به پروفیل‌های متنوعی برای نازل دست یافت. به عنوان مثال در شکل (٤)، با تغییر موقعیت نقاط گره شماره ٤ و ٥ به‌ترتیب از ۰٫۲ تا ۱٫۵۵ و از ۱٫۸ تا ۸٫۳ تعداد ۲٤ پروفیل توسعه داده شده است. واضح است که موقعیت نقطه گره شماره ٤ باید جلوتر از نقطه ابتدای نازل و عقب‌تر از موقعیت نقطه گره شماره ٥ باشد. همچنین موقعیت نقطه گره شماره ٥ باید جلوتر از موقعیت نقطه گره شماره ٤ و عقب‌تر از نقطه انتهای نازل باشد.




شکل٤ پروفیل مرجع و پروفیل‌های توسعه‌داده شده

## میان‌یابی نیروی پیشران تولیدشده و ضریب بازیابی فشار سکون

پس از توســـعه‌ی پروفیل‌ها، می‌توان آن‌ها را توســـط دینامیک ســـیالات محاســـباتی مورد ارزیابی قرار داد. بدیهی اســـت که متغیر های قابل تغییر عبارتند از موقعیت نقاط گره ٤ و ٥. همچنین، خروجی های مورد نظر (به عبارت دیگر، تابع هدف برای مرحله بهینه سازی) عبارتند از نیروی پیشران تولید شده و ضریب بازیابی فشار سکون. پیش از اجرای فرایند بهینه سازی، به یک ابزار ریاضی جهت میان‌یابی نیروی پیشران تولید شده و ضریب بازیابی فشار سکون نیاز است. در این مقاله از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای این کار استفاده شده است.

نیروی پیشـــران محوری تولیدشـــده، $F_n$، و ضـــریب بازیابی فشار سکون، $\eta_{p_T}$، در مقاله حاضر از روابط زیر به‌دست می‌آید [13]:

$$F_n = \int_{A_{\text{exit}}} \rho u_x \vec{u} \cdot \mathrm{d}\vec{A} + \int_{A_{\text{exit}}} (p - p_0)\, \mathrm{d}A \tag{۷}$$

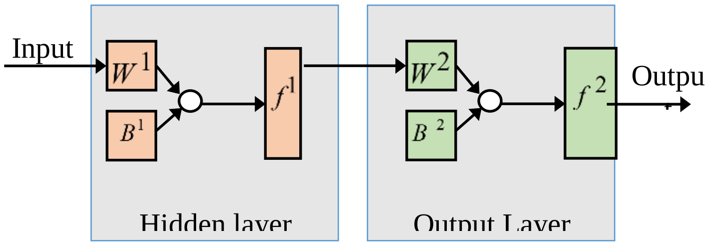
$$\eta_{p_T} = \frac{\int_{A_{\text{exit}}} \rho p_T \vec{u} \cdot \mathrm{d}\vec{A}}{\int_{A_{\text{inlet}}} \rho p_T \vec{u} \cdot \mathrm{d}\vec{A}} \tag{۸}$$

جمله اول سمت راست تساوی در رابطه (۷)، نیروی رانش نا شی از مومنتوم و جمله دوم نیروی رانشی فشاری ا ست. در این رابطه انتگرال‌گیری‌ها بر روی ســـطح خروجی نازل، $A_{\text{exit}}$، انجام شده و $p_0$ فشار محیط ا ست. همچنین $p_T$ فشار سکون و $\rho$ چگالی اســـت. در این روابط انتگرال‌ها در مقاطع عرضـــی ورودی و خروجی محاسبه می‌شوند.

در مقاله حاضر از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای تخمین تابع بین ورودی‌های موقعیت گره‌ها و خروجی نیروی پیشران استفاده شده است. در این شبکه از معماری پیش خور استفاده شده است؛ به این معنا که در این نوع شبکه پردازش داده‌های ورودی رو به جلو انجام می‌شود و مسیر پردازش به نورون‌های لایه قبلی باز نمی‌گردد و خروجی هر لایه فقط بر لایه بعدی تاثیرگذار خواهد بود. تعداد لایه‌های مورد استفاده برای تخمین تابع دو لایه است که لایه اول به عنوان لایه مخفی با تعداد نرون دلخواه و لایه دوم به عنوان لایه خروجی در نظر گرفته شده است. در این معماری از تابع انتقال تانژانتی (tansig) برای لایه مخفی و تابع انتقال خطی (purelin) برای لایه خروجی استفاده شده است. تعداد نرون‌ها با سعی و خطا انتخاب شده است به‌نحوی که میانگین مربعات خطا بین خروجی شبکه و هدف مورد نظر کمینه شود. شکل (۵) نشان دهنده معماری شبکه حاضر است که در آن ماتریس‌های وزن با $W$، بردارهای بایاس با $B$ و توابع انتقال با $f$ نمایش داده شده‌اند و بالانویس‌ها بیانگر شماره لایه هستند.

## نتایج و بحث

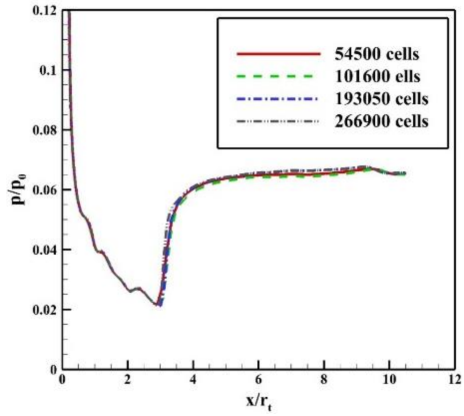
***مطالعه‌ی شبکه.*** در شـبیه‌سـازی‌های عددی حاضـر، کل دامنه محاسباتی نشان داده شده در شکل (۱) توسط شبکه سازمان‌یافته با المان‌های چهار وجهی منظم پوشش داده شده است.



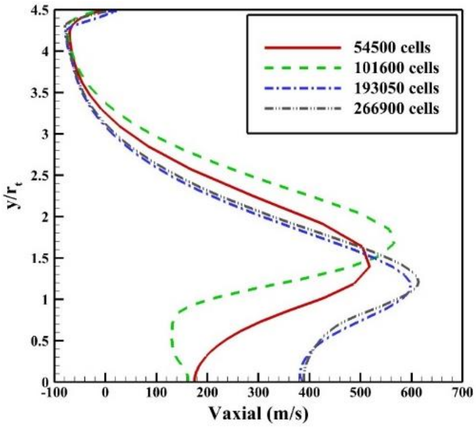

شکل ۵ معماری شبکه عصبی مصنوعی مورد استفاده در کار حاضر

جهت مدل‌سازی دقیق لایه‌مرزی شکل گرفته بر روی دیواره قسمت واگرای نازل، شبکه محاسباتی به‌منظور دست‌یابی به $y^+$ مورد قبول در کنار دیواره‌ها بسیار ریز شده است. به‌طوری که معیار $y^+$ نزدیک به ۱ در کنار دیواره‌ها برای شبکه حاضر رعایت شده است. همچنین، در اطراف لایه برشی شکل گرفته در پائین‌دست لبه خروجی نازل نیز شبکه محاسباتی ریز شده است. از طرفی با نزدیک‌شدن به مرزهای خروجی، از شبکهٔ محاسباتی با اندازهٔ بزرگ استفاده شده است تا امواج آکوستیکی منتشرشده به‌سمت مرزها به‌طور کامل توسط لزجت عددی تلف شوند [22]. به‌منظور بررسی استقلال حل از شبکه محاسباتی، مسئله حاضر با ٤ شبکه درشت (٥٤٥٠٠ سلول)، متوسط (١٠١٦٠٠ سلول)، ریز (١٩٣٠٥٠ سلول) و خیلی ریز (٢٦٦٩٠٠ سلول) شبیه‌سازی شده است. در شکل (٦) تاثیر شبکه محاسباتی بر فشار استاتیک اعمالی بر دیواره واگرای نازل بررسی شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، نتایج تطابق به نسبت مناسبی بر یکدیگر دارند و موقعیت موج ضربه‌ای شکل گرفته در نازل که به‌صورت یک پرش ناگهانی در فشار خود را نشان داده است، توسط تمامی شبکه‌ها به صورت یکسان پیش‌بینی شده است. لازم به ذکر است که برای تمامی شبکه‌ها معیار $y^+$ نزدیک به یک رعایت شده است. بنابراین تاثیر شبکه محاسباتی بر فشار استاتیک دیواره‌ی واگرای نازل چندان قابل ملاحظه نیست. اما با دور شدن از دیواره نازل، اندازه شبکه محاسباتی به تدریج بزرگ می‌شود که این موضوع بر توزیع سرعت در خروجی نازل و در نتیجه میزان نیروی پیشران تولیدی تاثیر قابل توجه‌ای دارد.

برای مقایسه بهتر نتایج شبکه‌های مختلف، در شکل (۷) سرعت محوری جریان در خروجی نازل برای چهار شبکه حاضر مقایسه شده است. این پارامتر از آن‌جایی‌که تعیین‌کننده نیروی رانشی نازل است، اهمیت خاصی در کار حاضر دارد. مطابق شکل پروفیل‌های سرعت محوری در شبکه ریز و بسیار ریز منطبق بر یکدیگر می‌باشند. بنابراین در ادامه بحث از شبکه ریز (۱۹۳۰۵۰ سلول) به‌منظور اعتبارسنجی نتایج و استخراج داده‌ها استفاده خواهد شد. نکته جالب توجه در این شکل وجود جریان برگشتی در کنار دیواره بالایی است که به‌صورت سرعت منفی خود را نشان می‌دهد.




شکل ٦ تاثیر شبکه محاسباتی بر فشار استاتیک دیواره واگرای نازل



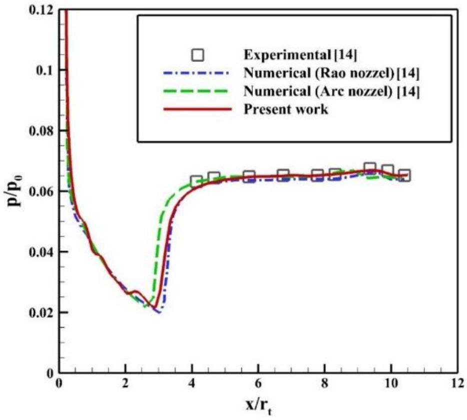

شکل ۷ توزیع سرعت محوری در عرض خروجی نازل برای شبکه‌های مختلف

## اعتبارسنجی

به‌منظور اعتبار سنجی، نتایج عددی حاضر با نتایج عددی و تجربی ارائه شده در مقاله شومبرگ و همکاران [14] مقایسه شده است. برای این مقایسه نازلی به نام S1 از مجموعه نازل‌های موجود انتخاب شده و در نسبت فشار ١٤ مورد بررسی قرار گرفته است. در شکل (٨) فشار استاتیک ثبت شده بر روی دیواره

واگرای نازل با نتایج تجربی و عددی مرجع [14] مقایسه شده است. مطابق این شکل، نتایج شبیه‌سازی حاضر تطابق خوبی با داده‌های تجربی و عددی مرجع [14] نشان می‌دهد؛ به‌طوری‌که مکان موج ضربه‌ای و سطح فشار دیواره انطباق مناسبی با نتایج تجربی و عددی دارد.

در شکل (۹) کانتورهای عدد ماخ جریان، به‌دست آمده از کار حاضر و مرجع [14] مقایسه شده‌اند. موقعیت قرارگیری موج ضربه‌ای و همچنین رخداد جدایش جریان از دیواره مطابقت بسیار خوبی را نشان می‌دهد.

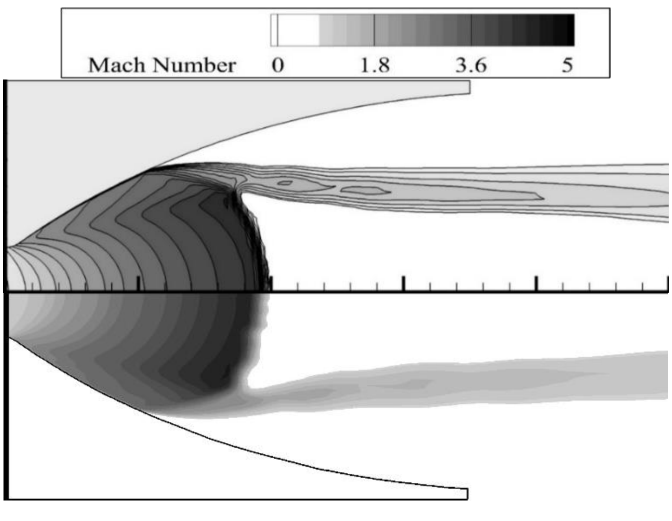



شکل ۸ فشار استاتیک ثبت شده بر روی دیواره واگرای نازل، مقایسه نتایج حاضر و نتایج مرجع [14].

## میان‌یابی شکل پروفیل نازل با استفاده از شبکه عصبی

در کار حاضر با تغییر موقعیت نقاط گره ٤ و ٥ (رجوع شود به شکل ٤)، بیست و چهار پروفیل جدید برای قسمت واگرای نازل با طول و نسبت سطح خروجی به گلوگاه مشابه توسعه داده شده است. این پروفیل‌ها با ابزار دینامیک سیالات محاسباتی شرح داده شده مورد آزمون عددی قرار گرفته و نیروی رانشی و ضریب بازیابی فشار سکون هر یک از آن‌ها محاسبه شده است. به عنوان نمونه، در جدول (۱) نتایج آزمایش‌های عددی برای دوازده پروفیل توسعه‌داده‌شده تحت نسبت فشار ١٤ گزارش شده است. دقت در این نکته ضروری است که مطابق جدول یادشده، رفتار نیروی رانش تولیدشده و ضریب بازیابی فشار سکون یکسان است؛ از این رو، در ادامه مقاله فقط به بررسی نیروی پیشران به عنوان تابع هدف پرداخته می‌شود.

همان‌گونه که در شکل (٤) و جدول (۱) مشاهده شد، تنها تعداد محدودی از پروفیل‌ها توسط دینامیک سیالات محاسباتی مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. دلیل اصلی آن است که تعداد بی‌نهایت پروفیل با مدل مذکور قابل تولید است، اما بررسی آن‌ها به دلیل بار محاسباتی بالا و زمان طولانی امکان‌پذیر نیست. بنابر این به روشی نیاز است که با کمک جدول (۱) و بدون اجرای مجدد کد دینامیک سیالات محاسباتی، مقدار نیروی پیشران تولیدشده را به ازای مقادیر دلخواه از موقعیت گره‌های شماره ٤ و ٥ پیش‌بینی نماید. این کار در مقاله حاضر با استفاده از ابزار شبکه‌های عصبی مصنوعی انجام شده است.

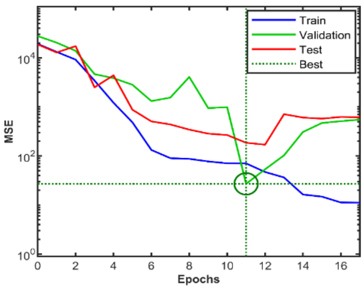



شکل ۹ کانتور عدد ماخ برای جریان عبوری از قسمت واگرای نازل: مقایسه نتایج عددی مرجع [14] (تصویر بالائی) و نتایج حاضر (تصویر پایینی)

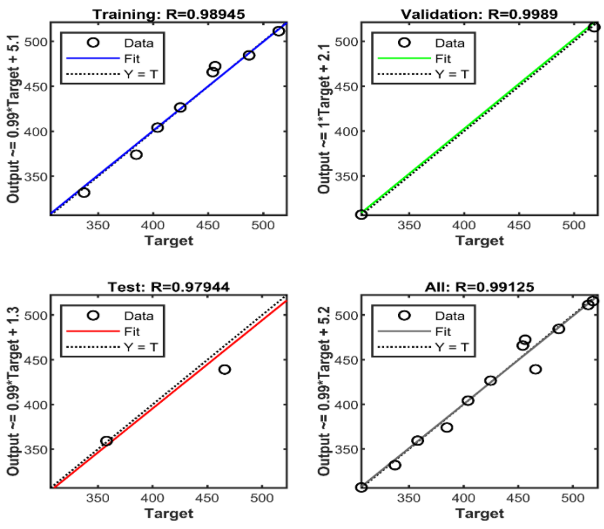
جدول ۱ نتایج آزمایش‌های عددی برای پروفیل‌های توسعه‌دادشده تحت نسبت فشار ١٤

| ورودی‌ها | | هدف‌ها | |
|---|---|---|---|
| موقعیت گره شماره ٤ | موقعیت گره شماره ٥ | نیروی پیشران (نیوتن) | ضریب بازیافت فشار سکون (درصد) |
| ٠٫٣٦٣ | ٣٫٥٨ | ٣٨٤٫١٠ | ١٥٫٥٦ |
| ٠٫٢ | ١٫٨ | ٣٠٦٫٤٦ | ١٣٫٣٨ |
| ٠٫٢ | ٤٫٤ | ٤٢٤٫٦٧ | ٢٠٫٩٤ |
| ٠٫٢ | ٧ | ٥١٥٫٤٥ | ٣١٫٨٦ |
| ٠٫٦٥ | ١٫٨ | ٣٣٧٫١٥ | ١٤٫٧٨ |
| ٠٫٦٥ | ٤٫٤ | ٤٥٨٫٣١ | ٣٦٫٠١ |
| ٠٫٦٥ | ٧ | ٥١٤٫٣٢ | ٣٢٫٢٥ |
| ١٫١ | ١٫٨ | ٣٢١٫٨٨ | ١٢٫٢٨ |
| ١٫١ | ٤٫٤ | ٤٥٤٫١٠ | ٢٧٫٧٨ |
| ١٫١ | ٧ | ٥١٣٫٣٤ | ٣٢٫٣١ |
| ١٫٥٥ | ١٫٨ | ٣٥٧٫٩١ | ١٣٫٧٢ |
| ١٫٥٥ | ٤٫٤ | ٤٨٧٫١١ | ٢٧٫٤٢ |
| ١٫٥٥ | ٧ | ٥١٤٫٠٦ | ٣٣٫٤١ |

شبکه عصبی مورد استفاده در این مطالعه، شبکه پس انتشار خطا می‌باشد. در این نوع شبکه خطای خروجی با مقایسه مقدار خروجی با هدف مورد نظر محاسبه می‌شود. از مقدار میزان خطا برای تصحیح شبکه و تغییر وزن‌ها استفاده می‌شود. به هر بار اجرای این الگوریتم برای تمام داده‌ها یک دوره (Epoch) گفته می‌شود. فرایند آموزش آن‌قدر تکرار می‌شود تا مقدار خطا به مقدار ثابتی رسیده و تغییر نکند. به‌منظور آموزش شبکه از الگوریتم trainlm استفاده شده است که علاوه بر دقت مناسب، سرعت همگرایی بالایی نیز دارد. نتایج آموزش شبکه برای فازهای آموزش، ارزیابی و آزمایش در شکل (۱۰) نشان داده شده است. در این شکل میانگین مربعات خطا در برابر تکرارهای فرایند آموزش (دوره‌ها) ترسیم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، میانگین مربعات خطا در فاز آموزش کاملاً کاهشی است. در مقابل، این مقدار برای فاز ارزیابی تا دوره ١١ کاهشی و سپس افزایش است و به منظور جلوگیری از بیش برازش (Overfitting) پس از ٦ دوره از بهترین مقدار، فرایند آموزش متوقف شده است. همچنین میانگین مربعات خطا برای فاز آزمایش در محدوده قابل قبولی باقی مانده است که بیانگر مناسب بودن تابع برازش‌شده است. در شکل (۱۱)، نمودارهای رگرسیون نیروی پیشران برای فازهای آموزش، ارزیابی، آزمایش و کل داده‌ها نشان داده شده است. بر اساس نتایج، در همه حالت‌ها شیب و عرض از مبدأ خطوط رگرسیون به‌ترتیب در حدود ۱ و ۰ است. همچنین، مقادیر رگرسیون بسیار نزدیک به ۱ است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که شبکه از دقت قابل قبولی در تخمین نیروی پیشران برخوردار است.




شکل ۱۰ نتایج آموزش شبکه برای فازهای آموزش، ارزیابی و آزمایش




شکل ۱۱ نمودارهای رگرسیون نیروی پیشران برای فازهای آموزش، ارزیابی، آزمایش و کل داده‌ها

## یافتن پروفیل بهینه توسط الگوریتم ژنتیک

اکنون که شبکه عصبی قادر است، میران نیروی پیشران تولیدی نازل را به ازای هندسه‌های دلخواه پروفیل ایجادشده (توسط موقعیت گره‌های ٤ و ٥) پیش‌بینی کند، می‌توان از یک روش بهینه‌یابی سراسری برای شناسایی پروفیل بهینه بهره برد. در این مقاله، الگوریتم ژنتیک برای این منظور استفاده شده است. الگوریتم ژنتیک یک الگوریتم فراکاوشی (Metaheuristic) الهام گرفته‌شده از طبیعت برای بهینه‌سازی در فضاهای جستجوی غیرخطی پیچیده است. در این الگوریتم، یک جمعیت اولیه به‌طور تصادفی تولید می‌شود. سپس، افراد این جمعیت در برابر تابع جریمه ارزیابی می‌شوند. بهترین افراد شانس بیشتری برای انتخاب به‌عنوان والدین نسل بعدی دارند. والدین در یک استخر قرار می‌گیرند و عملگرهای ژنتیکی مانند ادغام (Cross-over) و جهش (Mutation) بر آن‌ها اعمال می‌شود. بدترین فرد به احتمال زیاد با فرزندان جدید به‌دست آمده جایگزین می‌شود. با توجه به قانون انتخاب طبیعی، هر نسلی احتمالاً بهتر از نسل قبلی خواهد بود. الگوریتم بهینه‌سازی تا زمانی ادامه می‌یابد که یک معیار توقف، فرآیند را متوقف کند. در نهایت، مناسب‌ترین فرد به عنوان پاسخ بهینه مسئله معرفی می‌شود.

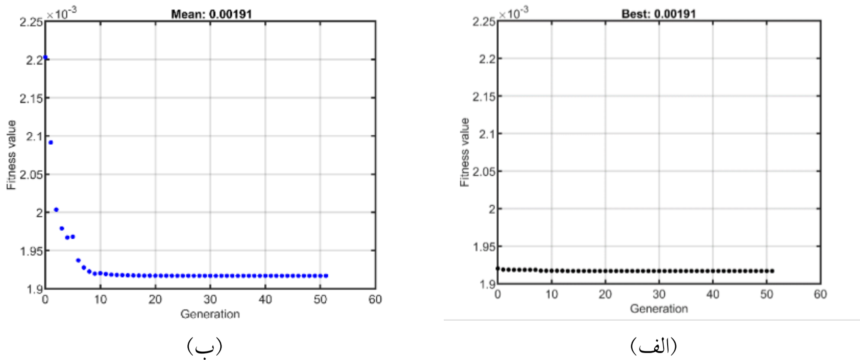
در این مقاله تابع جریمه عبارت است از معکوس نیروی پیشران که باید کمینه شود. همچنین، موقعیت گره‌های ٤ و ٥ اسپلاین برازش شده متغیرهای تصمیم هستند. ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک مورد استفاده در این مقاله در جدول (۲) ارائه شده است.

نمودار بهترین و میانگین مقادیر تابع جریمه در فرایند بهینه‌یابی در شکل (۱۲) نمایش داده شده است. ملاحظه می‌شود که هر دو نمودار پس از ٥۱ نسل به مقدار بهینه‌ی تقریباً یکسانی همگرا گردیده‌اند. نتایج نهایی برای پروفیل نازل بهینه و نازل مرجع شامل متغیرهای تصمیم (یعنی موقعیت گره‌های ٤ و ٥ بی‌اسپلاین گذرنده از نقاط شکست) و مقدار تابع جریمه (معکوس نیروی پیشران معادل) در جدول (۳) ارائه شده است.

در نهایت پروفیل نازل بهینه در مقایســـه با پروفیل نازل مرجع در شکل (۱۳) ارائه شده است.

جدول ۲: ویژگی‌های الگوریتم ژنتیک مورد استفاده

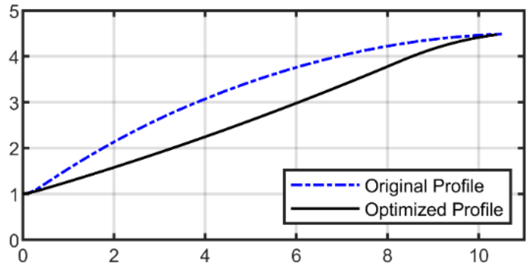
| متغیر | مقدار |
|---|---|
| ایجاد جمعیت | یکنواخت |
| نسبت ادغام | ۰٫۸ |
| نسبت نخبگان | ۰٫۰۵ |
| حد تابع هدف | ۰٫۰۰۰۰۵ |
| مقیاس تابع هدف | اولویت‌بندی |
| تلورانس تابع | ۰٫۰۰۰۰۰۱ |
| جریمه اولیه | ۱۰ |
| بیشینه نسل | ۱۰۰۰ |
| نسبت مهاجرت | ۰٫۲ |
| اندازه جمعیت | ۲۵ |
| انتخاب | تورنومنت |




شکل ۱۲ (الف) نمودار بهترین و (ب) میانگین مقادیر تابع جریمه در فرایند بهینه‌یابی

جدول ۳ نتایج نهایی برای پروفیل نازل بهینه و نازل مرجع

| | متغیرهای تصمیم | | خروجی | |
|---|---|---|---|---|
| | موقعیت گره ٤ | موقعیت گره ٥ | تابع جریمه | نیروی پیشران معادل (نیوتن) |
| پروفیل نازل مرجع | ۰٫۳٦۳ | ۳٫٥۸۰ | ۰٫۰۰۲٦۰ | ۳۸٤٫۱۰ |
| پروفیل نازل بهینه | ۰٫۲۹۰ | ۸٫۳۰۰ | ۰٫۰۰۱۹۱ | ٥۲۳٫٥٦ |




شکل ۱۳ پروفیل نازل بهینه در مقایسه با پروفیل نازل مرجع

## اعتبارسنجی پروفیل بهینه

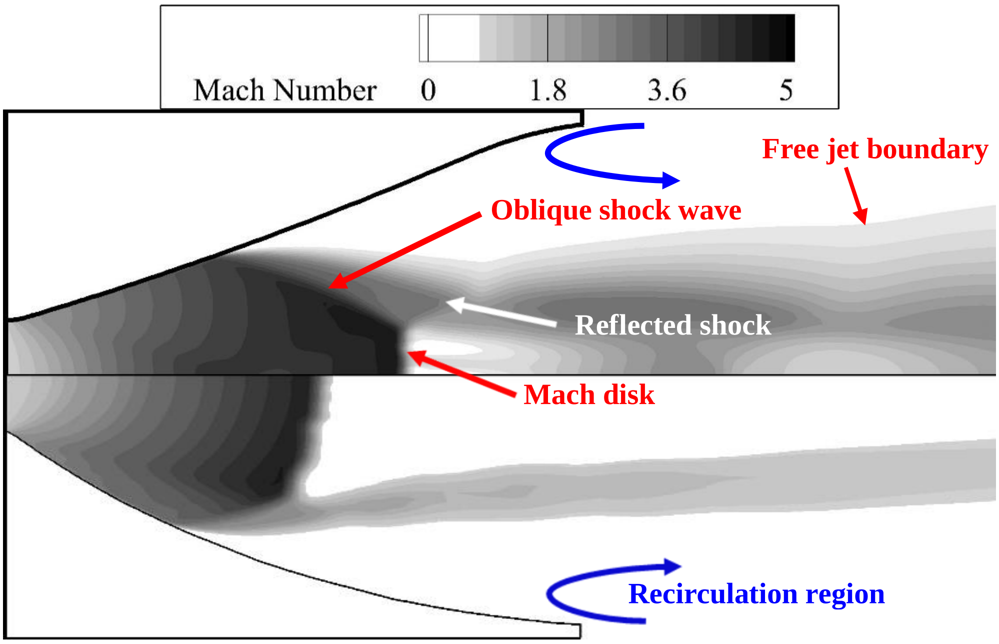
با آن‌که پروفیل بهینه دارای بیشترین نیروی پیشران در بین پروفیل‌های ممکن است، اما این نتیجه صرفاً توسط الگوریتم‌های هوش مصنوعی یادشده در قبل (مجموعه شبکه عصبی و الگوریتم ژنتیک) به‌دست آمده است و از دینامیک سیالات محاسباتی برای کسب این نتیجه مستقیماً استفاده نشده است. برای اعتبارسنجی پروفیل بهینه می‌توان آن را توسط دینامیک سیالات محاسباتی مورد ارزیابی قرار داد. در جدول (٤) نتایج نهایی بهینه‌یابی نازل که توسط هوش مصنوعی و دینامیک سیالات محاسباتی به‌دست آمده ارائه شده است. نزدیک‌بودن نتایج بیانگر این موضوع است که هوش مصنوعی به‌کاررفته قادر است پیش‌بینی بسیار دقیقی نسبت به نیروی پیشران تولیدی در محدوده آموزش‌داده‌شده داشته باشد. لذا، پروفیل بهینه نازل واقعاً بهترین نیروی پیشران را در بین همه پروفیل‌های ممکن تحت بررسی تولید می‌کند.

جدول ٤ نتایج نهایی بهینه‌یابی پروفیل نازل

| | نیروی پیشران (نیوتن) |
|---|---|
| هوش مصنوعی | ٥۲۳٫٥٦ |
| دینامیک سیالات محاسباتی | ٥۲۳٫۲۰ |

## بحث

در شکل (١٤) جزئیات ساختار دینامیک گازی جریان در هر دو نازل مرجع و بهینه‌شده شامل دیسک ماخ (Mach disk)، امواج ضربه‌ای مایل و انعکاسی، لایه برشی، هسته گردابی و جدایش جریان مشاهده می‌شود. مطابق این شکل پروفیل نازل بهینه شده برای نسبت فشار ١٤ به نازل مخروطی نزدیک شده است. در نزدیکی گلوگاه نازل، زاویه واگرایی دیواره در پروفیل مرجع بیشتر از پروفیل بهینه است. این واگرایی بیشتر سبب شده تا جدایش جریان در نازل مرجع زودتر اتفاق بیافتد. به‌طور کلی روند جدایش جریان در نازل‌های فرامنبسط همراه با موج ضربه‌ای داخلی است [23]. با برخورد موج ضربه‌ای به لایه مرزی یک گرادیان فشار معکوس در لایه مرزی ایجاد می‌شود. این گرادیان معکوس سبب به‌هم‌ریختگی پروفیل سرعت، جدایش لایه مرزی و افزایش ضخامت آن می‌شود. جدایش جریان از دیواره نازل‌ها سبب می‌شود که در انتهای دیواره نواحی بازچرخشی و برگشت جریان (اثرات انتهایی) به وجود بیاید. وجود این ناحیه بازچرخشی از اتصال مجدد جریان به دیواره جلوگیری کرده و سبب ایجاد نیروی پیشران منفی خواهد شد. این الگوی جدایش، جدایش آزاد از موج ضربه‌ای (Free shock separation (FSS)) نامیده می‌شود. واگرایی بیشتر دیواره نازل در نزدیکی گلوگاه در نازل مرجع، سبب ایجاد دیسک ماخ بلندتر و موج ضربه‌ای مایل (موج ضربه‌ای جدایش (Separation shock)) کوتاه‌تر شده است. این موضوع افت فشار سکون را افزایش داده و ضریب بازیابی فشار سکون را کاهش می‌دهد. جریان عبور کرده از دیسک ماخ که یک موج ضربه‌ای عمودی است، مادون صوت شده و با افت بیشتر فشار سکون مواجه خواهد بود؛ در حالی که جریان عبور کرده از موج ضربه‌ای مایل هنوز مافوق صوت است و افت فشار سکون به نسبت کمتری را تجربه می‌کند.



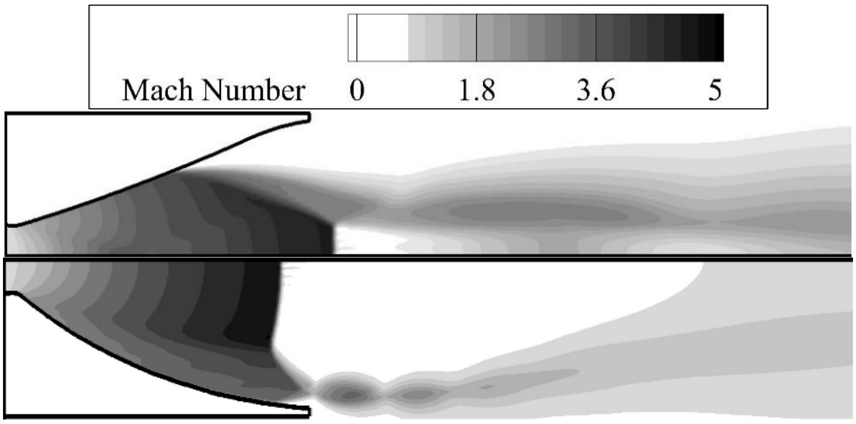

شکل ۱٤ کانتور عدد ماخ برای جریان عبوری از قسمت واگرای نازل: مقایسه جزئیات ساختار امواج ضربه‌ای برای پروفیل بهینه شده (تصویر بالائی) و پروفیل مرجع (تصویر پایینی) برای نسبت فشار ۱٤

جدول ۵ مقایسه نتایج پروفیل بهینه شده و پروفیل مرجع در نسبت‌های فشار مختلف

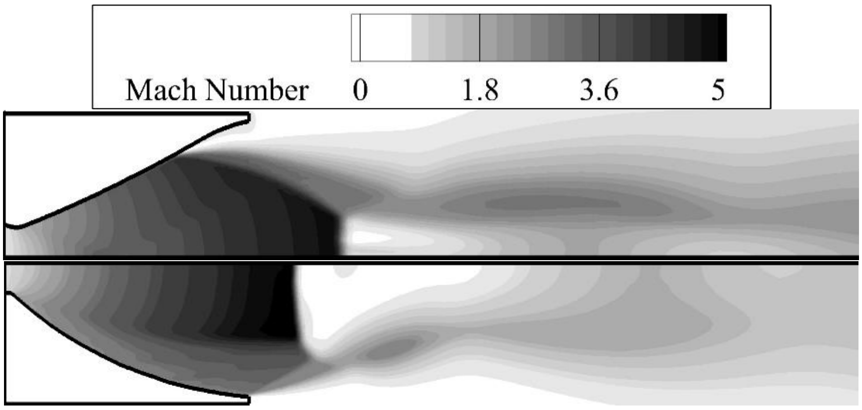
| نسبت فشار | نیروی پیشران پروفیل مرجع | نیروی پیشران پروفیل بهینه شده | درصد بهبود نیروی پیشران | ضریب بازیافت فشار سکون برای پروفیل مرجع | ضریب بازیافت فشار سکون برای پروفیل بهینه شده | درصد بهبود ضریب بازیافت فشار سکون |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ۱٤ | ۳۸٤٫۱ | ۵۲۳٫۲۰ | ۳٦٫۲ | ۱۵٫۵٦ | ۳۷٫۰۸ | ۱۳۸٫۳ |
| ۲۰ | ۵٦۱٫٦۱ | ۷٤٤٫۸٤ | ۳۲٫٦ | ۱۷٫۸۲ | ۳۸٫۸۵ | ۱۱۸٫۰ |
| ۳۰ | ۹۲۸٫٦۹ | ۱۱۸۸٫۵۹ | ۲۸٫۰ | ٤۰٫۵۵ | ۵۱٫۱۰ | ۲٦٫۰ |
| ٤۰ | ۱۹٦٤٫۲۷ | ۱۸۲٤٫۱۱ | −۷٫۱ | ۹۱٫۷٤ | ٦۱٫۹۲ | −۳۲٫۵ |
| ۵۰ | ۲٤۷۱٫٦۳ | ۲۳۵۹٫۹۹ | −٤٫۵۲ | ۹۲٫۲۷ | ۷۱٫۸۸ | −۲۲٫۱ |

لازم به ذکر است که شکل پروفیل در کار حاضر برای نسبت فشار ۱٤ بهینه شده است و با افزایش نسبت فشار (افزایش ارتفاع) لازم است در شکل بهینه شده تجدید نظر به‌عمل آید. به‌منظور بررسی پروفیل نازل بهینه شده در شرایط عملکردی خارج از نقطه طراحی، در جدول (۵) نیروی پیشران به‌دست آمده از پروفیل مرجع و پروفیل بهینه شده به همراه ضریب بازیافت فشار سکون در نسبت فشارهای مختلف مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود عملکرد نازل بهینه با افزایش نسبت فشار کاهش می‌یابد؛ اما تا نسبت فشار ۳۰، هنوز بهتر از نازل مرجع عمل می‌کند.

در شکل‌های (۱۵ و ۱٦) ساختار جریان در هر دو نازل مرجع و بهینه‌شده برای نسبت فشارهای ۳۰ و ۵۰ مقایسه شده است. با افزایش نسبت فشار، دیسک ماخ به سمت خروجی میل پیدا کرده است. در نسبت فشار ۳۰ انبساط جریان در نازل مرجع منطبق بر پروفیل دیواره اتفاق افتاده و جریان پس از جدایش از انتهای دیواره دوباره به سمت آن میل کرده است. این الگوی جدایش را جدایش محدودشده به موج ضربه‌ای (Restricted shock separation (RSS)) می‌نامند. این در حالی است که الگوی جدایش در نازل بهینه هنوز هم الگوی آزاد از موج ضربه‌ای است. مطابق شکل (۱۵) در نازل بهینه دیسک ماخ از دهانه نازل خارج شده است. این موضوع سبب می‌شود که سرعت جریان خروجی در هسته مرکزی نازل بهینه بیشتر از نازل مرجع باشد و نیروی پیشران هم به همین سبب بیشتر است.




شکل ۱۵ کانتور عدد ماخ برای جریان عبوری از قسمت واگرای نازل برای پروفیل بهینه شده (تصویر بالائی) و پروفیل مرجع (تصویر پایینی) برای نسبت فشار ۳۰




شکل ١٦ کانتور عدد ماخ برای جریان عبوری از قسمت واگرای نازل برای پروفیل بهینه شده (تصویر بالائی) و پروفیل مرجع (تصویر پایینی) برای نسبت فشار ۵۰

مطابق شکل (١٦) در هر دو نازل دیسک ماخ به بیرون از نازل منتقل شده است و برای همین سرعت جریان در قسمت عمده‌ای ازخروجی نازل‌ها مافوق صوت است. برای نازل بهینه باز هم جدایش جریان مطابق الگوی آزاد از موج ضربه‌ای رخ داده است. این در حالی است که در نازل مرجع جدایش جریان روی نداده است. این تفاوت‌ها باعث شده که نیروی پیشران و ضریب بازیافت فشار سکون نازل مرجع در نسبت فشار ۵۰ بهتر از نازل بهینه شده باشد.

## نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در کار حاضر به‌منظور یافتن پروفیل بهینه برای قسمت واگرای یک نازل فرامنبسط، یک ابزار کارآمد و مطمئن با ترکیب دینامیک سیالات محاسباتی و هوش مصنوعی توسعه یافته است. جریان تراکم‌پذیر آشفته عبوری از نازل با حل معادلات ناویر–استوکس و به کمک مدل اغتشاشی تک–معادله‌ای اسپالارت–آلماراس شبیه‌سازی شده و نیروی پیشران تولیدی و ضریب بازیافت فشار سکون به‌صورت عددی محاسبه شده است. پروفیل قسمت واگرای نازل مرجع با استفاده از بی–اسپلاین درجه سوم برازش شده و سپس با تغییر نقاط شکست این پروفیل، مجموعه‌ای از پروفیل‌های جدید تولید شده است. نیروی پیشران حاصل از این مجموعه پروفیل‌ها به کمک دینامیک سیالات محاسباتی به‌دست آمده و از آن برای آموزش شبکه عصبی مصنوعی بهره برده شده است. سپس با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک پروفیل بهینه به‌دست آمده و اعتبار آن با آزمون عددی سنجیده شده است. مقایسه بین پروفیل مرجع و پروفیل بهینه برای نسبت فشار نازل ١٤ نشان دهنده افزایش ٣٦ درصدی نیروی پیشران و ١٣٨ درصدی ضریب بازیافت فشار سکون است. مقایسه جزئیات ساختار جریان در نازل مرجع و بهینه نشان می دهد که در نازل بهینه جدایش جریان که منطبق بر الگوی جدایش آزاد از موج ضربه‌ای است، دیرتر اتفاق افتاده است. به‌منظور بررسی عملکرد نازل بهینه در شرایط خارج از نقطه طراحی، مقایسه‌ای بین نازل بهینه

و مرجع در نسبت فشارهای ۲۰، ۳۰، ٤۰ و ۵۰ صورت گرفت. نتایج نشان داد که در شرایط عملیاتی خارج از نقطه طراحی عملکرد نازل بهینه تا نسبت فشار ۳۰ بهتر از نازل مرجع است؛ اما با عبور نسبت فشار نازل از ۳۰، به‌کارگیری نازل بهینه به‌جای نازل مرجع هیچ‌گونه اولویتی ندارد.

## فهرست علائم

***علائم انگلیسی***

$C_p$ گرمای ویژه فشار ثابت، J/kg.K

$F_n$ نیروی پیشران، N

$h_t$ آنتالپی مخصوص کل، J/kg

k انرژی جنبشی آشفتگی، J

P فشار، Pa

$Pr_t$ عدد پرنتل آشفته

$u_i$ مولفه سرعت در راستای *i*، m/s

***علائم یونانی***

$\eta_{PT}$ ضریب بازیافت فشار سکون

$\lambda$ ضریب رسانایی حرارتی، J/m.s.K

$\mu$ لزجت مولکولی، kg/m.s

$\mu_t$ لزجت اغتشاشی، kg/m.s

$\rho$ چگالی، $kg/m^3$

$\tau$ تنش برشی، $N/m^2$

***زیرنویس***

eff خواص موثر

0 خواص محیط

***بالانویس***

‾ متوسط‌گیری رینولدزی

~ متوسط‌گیری جرمی

## واژه نامه

| | |
|---|---|
| هوش مصنوعی | Artificial intelligence |
| جدایش جریان | Flow separation |
| جدایش آزاد از موج ضربه‌ای | Free shock separation |
| نازل (شیپوره) | Nozzle |
| بهینه‌سازی | Optimization |
| فرا منبسط | Over-expanded |
| ضریب بازیافت فشار | Pressure recovery factor |
| جدایش محدودشده به موج ضربه‌ای | Restricted shock separation |
| موج ضربه‌ای | Shock wave |
| نیروی پیشران | Thrust |

## تقدیر و تشکر

نویسندگان مقاله بر خود لازم می‌دانند که از امکانات فراهم شده توسط مرکز تحقیقات هوافضا و تبدیل انرژی، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران؛ در حین انجام تحقیقات تقدیر نمایند.

## مراجع

[1] G. P. Sutton, Rocket Propulsion Elements, 7th ed., John Willey & Sons, Inc., 2001.

[2] G. V. R. Rao, "Exhaust nozzle contour for optimum thrust," *Jet Propulsion*, vol. 28, no. 6, pp. 377-382, 1958.

[3] G. V. R. Rao, "Approximation of optimum thrust nozzle contour," *ARS Journal*, vol. 30, no. 6, pp. 561, 1960.

[4] G. V. R. Rao, J. E. Beck, T. E. Booth, "Nozzle optimization for space-based vehicles," AIAA Paper 99-2584, June, (1999).

[5] J. G. Allman, J. D. Hoffman, "Design of maximum thrust nozzle contours by direct optimization methods," *AIAA Journal*, vol. 19, no. 6, pp. 750-751, 1981.

[6] L. E. Sternin, "Analysis of the thrust characteristics of jet nozzles designed by various methods," *Fluid Dynamics*, vol. 35, no. 1, pp. 123-131, 2000.

[7] X. Q. Xing, M. Damodaran, “Design of three-dimensional nozzle shapes using hybrid optimization techniques,” 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, U.S.A, AIAA Paper-2004-26, January 5–8, (2004).

[8] G. Cai, J. Feng, X. Xu, M. Liu, “Performance prediction and optimization for liquid rocket engine nozzle,” *Aerospace Science and Technology*, vol. 11, pp. 155-162, 2007.

[9] D. Davidenko, Y. Eude, F. Falempin, “Optimization of supersonic axisymmetric nozzles with a center body for aerospace propulsion,” *Progress in Propulsion Physics*, vol. 2, pp. 675-692, 2011.

[10] K. O. Mon, C. Lee, “Optimal design of supersonic nozzle contour for altitude test facility,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 26, no. 8, pp. 2589~2594, 2012.

[11] M. Yumusak, S. Eyi, “Design optimization of rocket nozzles in chemically reacting flows,” *Computers & Fluids*, vol. 65, pp. 25-34, 2012.

[12] M. Yumusak, “Analysis and design optimization of solid rocket motors in viscous flows,” *Computers & Fluids*, vol. 75, pp. 22-34, 2013.

[13] K. Yu, X. Yang, Z. Mo, “Profile design and multifidelity optimization of solid rocket motor nozzle,” *Journal of Fluids Engineering*, vol. 136, pp. 031104-1, 2014.

[14] K. Schomberg, J. Olsen, G. Doig, “Design of high-area-ratio nozzle contours using circular arcs,” *Journal of Propulsion and Power*, vol. 32, pp. 188-195, 2016.

[15] K. Schomberg, J. Olsen, A. Neely, G. Doig, “Design of an arc-based thrust-optimized nozzle contour,” *Progress in Propulsion Physics*, vol. 11, pp. 517-528, 2019.

[16] K. Schomberg, J. Olsen, A. Neely, G. Doig, “Investigation of conjugate circular arcs in rocket nozzle contour design,” *Shock Waves*, vol. 29, pp. 401-413, 2019.

[17] E. Mahmoodi, R. Rafee, “Effect of the nozzle shape on its off-design performance in the presence of shock wave and boundary layer separation,” *Journal of Mechanical Engineering University of Tabriz*, vol. 51, no. 2, pp. 205-213, 2021. (In Persian)

[18] K. Schomberg, J. Olsen, A. Neely, G. Doig, “Effect of the contour shock on restricted shock separation in rocket nozzles,” *Journal of Propulsion and Power*, vol. 34, pp. 556-560, 2018.

[19] P. Spalart, S. Allmaras, “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows,” 30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, U.S.A, AIAA Paper 1992-0439, January 6-9, 1992.

[20] Ansys Fluent Theory Guide, Release 15, ANSYS, Inc. pp. 42-43, 2013.

[21] J. Östlund, “Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads,” Ph.D. Dissertation, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2002.

[22] R. Khoshnevisan, S. Emami, “Numerical prediction of near-field noise and return acoustics from sonic jets in different operating conditions,” *Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics*, vol. 32, no. 2, pp. 19-42, 2021. (In Persian)

[23] K. Seejith, M. P. Dhrishit, M. Deepu, T. Jayachandran, “Numerical analysis of flow separation in rocket nozzles,” In: A. Saha, D. Das, R. Srivastava, P. Panigrahi, K. Muralidhar, Eds, Fluid Mechanics and Fluid Power – Contemporary Research, Lecture Notes in Mechanical Engineering, New Delhi, Springer, 2017.